

CAPÍTULO

1

Números

Podemos decir que la noción de número nació con el hombre. El hombre primitivo tenía la idea de número natural y a partir de allí, a lo largo de muchos siglos e intenso trabajo, se ha llegado al desarrollo que actualmente posee el concepto de número. Con los números expresamos cantidades y también medidas pudiendo además operar con ellos.

En el desarrollo de este capítulo recordaremos los distintos conjuntos numéricos y las operaciones que con ellos se pueden realizar, como también sus propiedades.

1.1 NÚMEROS NATURALES

Recordemos que el conjunto de los números naturales \mathbf{N} está constituido por los números $1, 2, 3, 4, 5, \dots, 100, \dots, n, \dots$, con los cuales contamos, ordenamos y realizamos las operaciones de suma y multiplicación, siendo el resultado de estas operaciones también un número natural, sin embargo no ocurre lo mismo con la resta y con la división.

El conjunto de los números naturales tiene las siguientes características

- *Es un conjunto infinito.*
- *Tiene primer elemento, no tiene último elemento.*
- *Todo número natural tiene un sucesor, es decir, cada número natural, tiene un consecutivo.*
- *Todo número natural, salvo el uno, tiene antecesor.*
- *Entre dos números naturales consecutivos, no existe otro número natural, por eso se dice que el conjunto es **discreto**.*

Por ser un conjunto ordenado, es posible representar a los números naturales en una recta, eligiendo como origen el cero, que puede ser incluido también en el conjunto, usando en ese caso el símbolo \mathbf{N}_0 para denotarlo.

1.1.1 Múltiplos y divisores

Hemos visto en los cursos iniciales de matemáticas que la multiplicación es una suma de términos iguales y puede escribirse de manera comprimida o abreviada:

$$\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ veces}} = n \times a$$

Ejemplo: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 8 \times 3 = 24$

En ese caso decimos que **24 es múltiplo de 3** y que **24 es múltiplo de 8**, o lo que es lo mismo: **3 es divisor de 24** y **8 es divisor de 24**.

Definición: a es **múltiplo** de b si es posible encontrar un número natural k , tal que se cumple:

$$a = k \cdot b$$

Si a es múltiplo de b , la división $a \div b$ tiene resto cero, por lo tanto decimos indistintamente:

- a es **múltiplo** de b
- b **divide a** a
- b es **factor de** a
- a es **divisible por** b

Son resultados inmediatos de la definición:

1 es divisor de todos los números pues: $a = 1 \cdot a$

0 es múltiplo de todos los números pues $0 = 0 \cdot a$

En nuestro ejemplo son equivalentes las proposiciones:

- 24 es múltiplo de 3
- 3 divide a 24
- 3 es factor de 24
- 24 es divisible por 3

Queda para el lector escribir proposiciones equivalentes, similares a las anteriores que correspondan para el caso de los números 24 y 8.

EJERCICIOS

1. ¿252 y 588 son múltiplos de 7? ¿La suma de ellos es múltiplo de 7? ¿Y su diferencia?
2. Para pensar....
 - a) Dado un número natural cualquiera, ¿cuál es su divisor más pequeño? ¿y el mayor?
 - b) Si un número es divisor de otro, ¿también lo es de los múltiplos de éste? ¿Por qué?
 - c) Dado un número natural cualquiera, ¿cuál es su múltiplo menor? ¿y el mayor?
 - d) La suma de varios múltiplos de un número ¿también es múltiplo de dicho número? Si es verdad, demuéstalo; de lo contrario da un contraejemplo.
3. a) Enunciar los criterios de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6,8, 9,11
 b) Escribir Verdadero (V) o Falso (F) según corresponda:

- ♦ Si un número es divisible por 6, entonces, es divisible por 3.
- ♦ Si un número es divisible por 3, entonces, es divisible por 6.
- ♦ Si un número es divisible por 3 y por 5, entonces, es divisible por 15.
- ♦ Si un número es divisible por 7, entonces, no es divisible por 2.
- ♦ Si un número no es divisible por 4, entonces, no es divisible por 2.
- ♦ Si un número es divisible por 16, entonces, es divisible por 8 y por 4.

V	F

- c) El número de pollos de un criadero es menor que 1000. Si los agrupamos de a 5, de a 6, de a 9 o de a 11, siempre sobra 1. ¿Cuántos pollos hay en el criadero?

1.1.2 Números primos y compuestos

La cantidad de divisores que tiene un número permite clasificarlo en **número primo o número compuesto**, recordemos que todo número n mayor que 1 tiene como divisores al 1 y a él mismo. Si admite sólo estos divisores, se dice que el número es **primo**. Si los divisores son más de dos, el número es **compuesto** y en ese caso es posible factorizarlo como producto de los números primos que lo dividen. Esta descomposición es única, salvo el orden en que pueden usarse los números primos como factores.

Ejemplos:

- **2 es un número primo**, pues tiene solamente dos divisores: él mismo y el 1. Es bueno destacar que el número 2 es el único número primo par.
- **50 es un número compuesto**, pues admite los divisores 1, 2, 5, 10, 25, 50 y puede factorizarse usando números primos. Así: $50 = 5^2 \cdot 2$
- **1 no es número primo**.

EJERCICIOS

1. Para pensar:

- a) La suma de dos números primos ¿es un número primo? ¿Siempre? Justifica tu respuesta.
- b) El producto de números primos ¿es un número primo? Justifica tu respuesta.

1.1.3 Máximo común divisor

Buscamos los divisores de los números 24 y 36:

Los divisores de 24 son: **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**. Los divisores de 36 son: **1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36**. Observamos que los divisores comunes a ambos números son: **1, 2, 3, 4, 6, 12**.

El mayor de ellos es **12**, al que llamamos: **máximo común divisor**, por ser el mayor de los divisores comunes y lo denotamos así:

$$\text{mcd}(24,36) = 12$$

Escribiendo los números 24 y 36 factorizados, podemos calcular en forma práctica el máximo común divisor, sin necesidad de listar los divisores de cada uno de los números. Así, $24 = 2^3 \cdot 3$ y $36 = 2^2 \cdot 3^2$ para encontrar el mcd (24,36) *debemos realizar el producto de los factores que son comunes a ambas descomposiciones tomándolos con el menor exponente con que figuran*. Por lo tanto, elegimos 2^2 y 3, resultando entonces:

$$\text{mcd}(24,36) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

tal como lo habíamos obtenido al hacer el listado de los divisores de los números 24 y 36.

Nota: Si $\text{mcd}(a,b) = 1$, es decir, 1 es el único divisor común de a y b, diremos que a y b son coprimos o primos entre sí.

1.1.4 Mínimo común múltiplo

Tomemos ahora los números 12 y 9, busquemos sus primeros múltiplos. Los primeros múltiplos de 12 son: 12, 24, **36**, 48, 60, **72**, 84, 96, **108**, 120, 132... Los primeros múltiplos de 9 son: 9, 18, 27, **36**, 45, 54, 63, **72**, 81, 90, 99, **108**, 117.... Observamos que hay un número infinito de múltiplos de cada uno de ellos y hay infinitos múltiplos comunes a ambos: **36, 72, 108**... El menor de ellos, el **36**, es lo que llamamos el **mínimo común múltiplo** por ser el menor de los múltiplos comunes y lo indicamos así:

$$\text{mcm}(12,9) = 36$$

Escribiendo los números 12 y 9 en forma factorizada, podemos calcular en forma práctica el mínimo común múltiplo sin necesidad de listar los múltiplos de cada uno de los números.

Siendo $9 = 3^2$ y $12 = 3 \cdot 2^2$ para encontrar el **mcm(12,9)** *debemos realizar el producto de los factores que son comunes a ambas descomposiciones como también los que no lo son tomándolos con el mayor exponente con que figuran*. Por lo tanto elegimos 2^2 y 3^2 , resultando entonces:

$$\text{mcm}(12,9) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

tal como habíamos obtenido al hacer el listado de los múltiplos de los números 12 y 9.

Queda para el lector verificar que $\text{mcm}(24,36) = 72$

EJERCICIOS

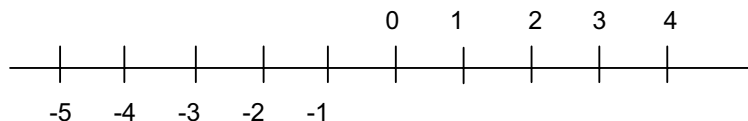
- En la Autopista Serranías Puntanas, de 240 km de largo, han planificado colocar:
 - ◆ cabinas telefónicas cada 12 km
 - ◆ puestos sanitarios cada 30 km
 - ◆ estaciones de servicio cada 15 km
 - Si en el kilómetro 0 existen los tres servicios, ¿en qué kilómetros vuelven a coincidir los tres?
 - Si la Autopista se extiende 60 km más, al final de este nuevo tramo, ¿volverán a coincidir?
 - ¿Qué característica tienen los números de los kilómetros que coinciden los tres servicios?
- El árbol de Navidad de mi casa tiene dos guirnaldas de luces, una se prende cada 6 segundos y la otra cada 9 segundos. ¿Cada cuántos segundos se prenderán las dos juntas?

1.2 NÚMEROS ENTEROS

Recordemos que la resta en el conjunto de los números naturales siempre es posible cuando el minuendo es mayor que el sustraendo, en caso contrario no es posible. Para resolver este problema necesitamos ampliar el campo numérico introduciendo el cero y los opuestos de los números naturales, llamados números enteros negativos.

Obtenemos el **conjunto de los números enteros**: $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Pueden representarse en la recta numérica como sigue:



Definición: Si x es un número entero $-x$ es el opuesto de x .

Ejemplos: a) Sea $x = -7$, su opuesto es $-x = 7$. b) Sea $x = 4$, su opuesto es $-x = -4$.

Los enteros se pueden ordenar, las operaciones de suma, resta y producto dan como resultado un número entero, sin embargo no ocurre lo mismo con la división, por ejemplo 8 dividido 3 no da un número entero.

Debemos destacar que el conjunto Z tiene las siguientes características:

- Es un conjunto infinito.
- No tiene ni primer elemento ni último.
- Es un conjunto discreto.
- Cada número entero tiene un antecesor y un sucesor.

1.2.1 Valor absoluto

Para cada número entero x definimos el **valor absoluto** de x , que indicamos $|x|$, como sigue:

Si el número x es positivo o cero, su valor absoluto es el mismo número y es su opuesto, $-x$, si el número es negativo. Simbólicamente:

Definición:
$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

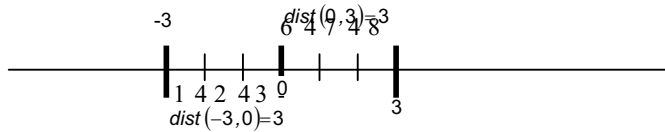
Recordemos:

El valor absoluto de cada número entero, es siempre un número no negativo.

Ejemplos:

$$|3| = 3 ; \quad |-3| = -(-3) = 3$$

Geoméricamente, el valor absoluto mide la distancia del número x al cero, los ejemplos anteriores quedan representado en la recta por:



EJERCICIOS

1. Encontrar el valor de cada una de las expresiones siguientes, para $x=2$ y $y=-3$:

- a) $|x+y|$ b) $|2(x+y)|$ c) $|x+3y|$ d) $|x-y|$
e) $|2(x-y)|$ f) $y-|x-3y|$
-

1.2.2 Comparación de números enteros

Dados dos enteros a y b , se dice que $a < b$ si y sólo si $b - a > 0$.

Observación:

- Todo número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo.
 - Dados dos números enteros negativos, a y b , $b > a$ si y sólo si $|a| > |b|$
-

EJERCICIOS

1.- Escribir cada enunciado usando desigualdades

- | | |
|---|--------------------------------------|
| a) x es positivo | b) y es negativo |
| c) t es menor que 6 | d) u es menor o igual que 1 |
| e) z es mayor que -5 | f) x es menor que 5 |
| g) x es mayor o igual que -3 | h) t está comprendido entre -3 y 0 |
| i) z es menor que -3 | j) t es menor que 5 mayor que -2 |
| k) y es menor que o igual que 2 e y mayor que 0 | |
-

1.3 NÚMEROS RACIONALES

Nos vemos en la necesidad de ampliar nuevamente nuestro campo numérico, puesto que con los números enteros podemos “contar” pero no siempre “medir”. Para expresar medidas necesitamos números que representen “partes de la unidad”, de aquí surge la idea de número fraccionario: la mitad, la tercera parte, las dos quintas partes,...de una unidad.

El conjunto de los números enteros unido al conjunto de todas las fracciones constituye el conjunto de los **números racionales**, al que denotamos por **Q**.

Definición: Un número racional $\frac{a}{b}$ es el cociente de dos números enteros a y b , con $b \neq 0$, siendo a el numerador y b el denominador.

Cuando en una fracción, el numerador y el denominador son números primos entre sí, decimos que la fracción es **irreducible**.

Características de \mathbb{Q}

- \mathbb{Q} es un conjunto denso, es decir que entre dos números racionales hay infinitos números racionales.
- En \mathbb{Q} no podemos hablar de sucesores o antecesores.

Ejemplo: Dados dos números racionales a y b , siempre es posible encontrar otro entre ellos.

Una manera sencilla de determinarlo es la semisuma: $\frac{a+b}{2}$.

Queda para el lector la verificación: $a < \frac{a+b}{2} < b$.

En este conjunto, las cuatro operaciones elementales son cerradas, es decir, el resultado obtenido es siempre un número racional.

1.3.1 Interpretación de números racionales

El número racional $\frac{a}{b}$ indica que dividimos en b partes iguales al todo y tomamos a de esas partes. Así, dado el número $\frac{7}{8}$, éste nos indica que el todo se ha dividido en 8 partes iguales y de ellas se han tomado 7. Una de las formas gráficas de interpretar la situación anterior, es:

Ejemplo :

- Si representamos el todo mediante una barra, ésta se ha dividido en 8 partes iguales



de las 8 partes iguales se toman 7, la parte sombreada representa el número $\frac{7}{8}$

- En la recta numérica, como siete octavos es menor que uno, dividimos la unidad en ocho partes iguales, contamos siete de ellas a partir del cero, obteniendo así el punto de la recta que representa al número $\frac{7}{8}$:



EJERCICIOS

1.- Representar en la recta numérica los siguientes números: $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{7}$, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{5}$, $-\frac{17}{3}$, $\frac{1}{5}$

1.3.2 Fracciones

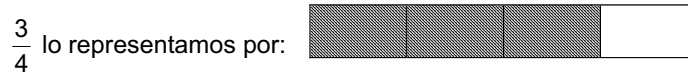
a) Fracciones equivalentes

A menudo trabajaremos con *fracciones equivalentes*, por lo tanto, es útil recordar que:

Definición: Dos fracciones son equivalentes o iguales si representan la misma cantidad.

Ejemplo: $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ de un mismo todo representan la misma cantidad.

$\frac{3}{4} < 1$, por lo tanto, necesitamos sólo una unidad para representarla gráficamente como lo muestra la figura:



Si multiplicamos (o dividimos) el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número distinto de cero, obtenemos una fracción equivalente a la dada.

Ejemplo: $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$ por lo tanto, $\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{6}{8}$, como lo mostramos en la figura 1.

EJERCICIOS

1.- Usar gráficos para verificar que $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$. ¿Cuántas unidades se necesitan para representar cada número? ¿Por qué?

Podemos demostrar que:

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si y sólo si $a \cdot d = b \cdot c$

Usamos este resultado para verificar que $\frac{2}{10}$ y $\frac{1}{5}$ son equivalentes, pues $2 \cdot 5 = 10 \cdot 1$, en cambio $\frac{3}{4}$ y $\frac{21}{25}$ no son equivalentes, pues $3 \cdot 25 \neq 4 \cdot 21$

b) Comparación de fracciones

Definición: Dadas dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, tal que $b > 0$ y $d > 0$, se define el siguiente **orden** en el conjunto de los números racionales:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ si y sólo si, } a \cdot d < b \cdot c$$

En forma análoga se definen los símbolos: “>”, “≤” y “≥”

Dadas dos fracciones, $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, siempre se las puede comparar, resultando alguna de las siguientes opciones: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ó $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ ó $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Propiedades:

- Una fracción positiva es mayor que cualquier fracción negativa.
- Dadas dos fracciones positivas de igual denominador, es mayor la que tiene mayor numerador.
- Dadas dos fracciones positivas de igual numerador es mayor la que tiene menor denominador
- Dadas dos fracciones positivas con distinto denominador y numerador, se llevan a fracciones equivalentes con igual denominador (o numerador) para hacer la comparación.
- Dadas dos fracciones negativas es mayor aquella cuyo valor absoluto es menor.

Ejemplos:

a) $\frac{2}{7} < \frac{3}{7}$ ya que tienen el mismo denominador y $2 < 3$

b) $\frac{7}{2} > \frac{7}{3}$ ya que tienen el mismo numerador y $2 < 3$

c) $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$ ya que $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$, $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ y $\frac{12}{15} > \frac{10}{15}$

d) $-\frac{3}{8} > -\frac{2}{3}$ ya que $\left|-\frac{3}{8}\right| < \left|-\frac{2}{3}\right|$

A las fracciones las podemos interpretar también como una división, dando lugar a los números decimales.

1.3.3 Expresión decimal de los números fraccionarios

En muchas ocasiones conviene expresar un número fraccionario en forma de número decimal, para ello, basta dividir el numerador por el denominador.

Ejemplos:

1) $\frac{54}{1000} = 0.054$, obtenemos un número **decimal exacto**, puesto que el resto de la división es cero. A la fracción dada se le denomina **fracción decimal**, ya que el denominador es una potencia de 10, en este caso es 10^3

2) $\frac{197}{80} = 2.4625$, obtenemos un número **decimal exacto**, puesto que el resto de la división es cero.

3) $\frac{11}{3} = 3.666\dots = 3.\overline{6}$ no obtenemos un número decimal exacto puesto que el resto de la división no es cero, es un número **periódico puro**.

4) $\frac{87}{66} = 1.31818\dots = 1.3\overline{18}$ no obtenemos un número decimal exacto puesto que el resto de la división no es cero, es un número **periódico mixto**.

Todo número racional se puede escribir en forma decimal.

A veces, el resultado es un decimal exacto, como en los ejemplos 1) y 2), otras veces producen un decimal periódico, como en los ejemplo 3) y 4).

Analizando el denominador de una fracción es posible determinar, que tipo de expresión decimal le corresponde, como veremos a continuación:

- Si en una fracción irreducible, la descomposición del denominador en factores primos sólo tiene los números 2 y/o 5, el número decimal correspondiente es exacto. Para hallar el número decimal convertimos la fracción dada en una fracción decimal equivalente.

Ejemplo: $\frac{197}{80} = \frac{197}{2^4 \cdot 5} = \frac{197 \cdot 5^3}{2^4 \cdot 5^4} = \frac{197 \cdot 125}{10^4} = \frac{24625}{10000} = 2.4625$

- Si en una fracción irreducible el denominador tiene algún factor distinto de 2 y de 5, la expresión decimal correspondiente no es exacta y será periódica pura.

Ejemplo: $\frac{3}{7} = 0.\overline{428571}$, no existe un número natural que multiplicado por 7 dé una potencia de 10, por lo tanto, su expresión decimal no es exacta.

- Si en una fracción irreducible el denominador contiene alguno de los factores 2 ó 5 y otro distinto de éstos, se obtendrá una expresión decimal periódica mixta.

Ejemplo: $\frac{7}{15} = \frac{7}{3 \cdot 5} = 0.4\overline{6}$

Dado cualquier número decimal se puede encontrar la fracción correspondiente.

- Si el denominador es decimal exacto, es fácil.

Ejemplos $0.4 = \frac{4}{10}$ $7.986 = \frac{7986}{1000}$ $0.00752 = \frac{752}{100000}$

Queda para el lector, encontrar la regla para el caso de los decimales exactos.

- Para pasar de un decimal periódico a forma de fracción, conviene observar atentamente en los siguientes ejemplos el procedimiento:

1) Escribir $N = 3.\overline{804}$ en forma de fracción

$$\left. \begin{array}{l} N = 3.804804... \\ 1000 \cdot N = 3804.804... \end{array} \right\} \text{restando: } 1000 \cdot N - N = 3801 \Rightarrow 999 \cdot N = 3801 \Rightarrow N = \frac{3801}{999}$$

Hemos obtenido que $3.\overline{804} = \frac{3801}{999}$

Regla 1: La fracción correspondiente a un decimal periódico puro se obtiene escribiendo, como numerador, el número dado sin la coma menos la parte entera y, como denominador, tantos 9 como cifras tenga el período.

2) Escribir $N = 0.004\overline{31}$, en forma de fracción, en forma similar al caso anterior:

$$\begin{array}{r} 1000 \cdot N = 4.3131... \\ 100 \cdot (1000 \cdot N) = 431.3131... \\ \hline 100000 \cdot N - 1000 \cdot N = 427 \\ 99000 \cdot N = 427 \Rightarrow N = \frac{427}{99000} \end{array}$$

Hemos obtenido $0.004\overline{31} = \frac{427}{99000}$

Regla 2: La fracción correspondiente a un decimal periódico mixto se obtiene escribiendo, como numerador, el número dado sin la coma menos la parte entera seguida de la parte no periódica y, como denominador, tantos 9 como cifras tenga el período seguida de tantos 0 como cifras tenga la parte no periódica.

Resumiendo:

- a) Todo número racional puede expresarse como número decimal exacto o periódico.
- b) Los números decimales exactos y periódicos, pueden expresarse en forma de fracción.

EJERCICIO

1.- Sin hacer la división, decida que clase de expresión decimal corresponde a las fracciones:

$$\frac{3}{40} ; \frac{5}{27} ; -\frac{2}{25} ; \frac{125}{60}$$

2.- Escribir en forma de fracción: $2.\overline{34}$; $1.1\overline{24}$; 1.075

1.3.4 Operaciones con fracciones

- **Suma**

Recordemos que la **suma** de varias fracciones con igual denominador es la fracción con el mismo denominador que aquellas y el numerador es la suma de los numeradores.

Ejemplos: $\frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+1+5}{9} = \frac{8}{9}$ $\frac{3}{11} - \frac{2}{11} + \frac{5}{11} + \frac{4}{11} - \frac{6}{11} = \frac{3-2+5+4-6}{11} = \frac{4}{11}$

Si las fracciones tienen distinto denominador, se buscan fracciones equivalentes a las dadas que tengan igual denominador y después se suman de la forma indicada anteriormente.

Ejemplo: $2 + \frac{2}{5} - \frac{7}{15} = \frac{150}{75} + \frac{30}{75} - \frac{35}{75} = \frac{180-35}{75} = \frac{145}{75} = \frac{29}{15}$

En general:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

Es conveniente usar como denominador para las fracciones equivalentes, el mínimo común múltiplo. Observando el ejemplo anterior, vemos, que el denominador común para las fracciones equivalentes es 15, que es el mínimo común múltiplo entre 1; 5 y 15.

$$2 + \frac{2}{5} - \frac{7}{15} = \frac{30+6-7}{15} = \frac{29}{15}$$

Ejemplo: Calcular: $\frac{1}{6} + \frac{3}{10} + \frac{5}{8}$

Descomponiendo los denominadores en factores primos, obtenemos:

$$\text{m.c.m.}(6, 10, 8) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

Por lo tanto: $\frac{1}{6} + \frac{3}{10} + \frac{5}{8} = \frac{20}{120} + \frac{36}{120} + \frac{75}{120} = \frac{20+36+75}{120} = \frac{131}{120}$

- **Multiplicación**

Recordemos que el **producto** de varias fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

Ejemplo: $\frac{6}{11} \cdot \left(\frac{-3}{4}\right) \cdot \frac{7}{2} = \frac{6 \cdot (-3) \cdot 7}{11 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{-126}{88}$.

En general:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- **División**

Para dividir fracciones, es conveniente recordar:

Definición: Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, son **recíprocas o inversas** si su producto es igual a 1,

es decir: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = 1$.

De la definición obtenemos el siguiente resultado:

- Una fracción $\frac{a}{b}$ tiene inversa si y sólo si $a \neq 0$.
- La fracción inversa de $\frac{a}{b}$ es la fracción $\frac{b}{a}$.

Para **dividir** una fracción por otra, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

Ejemplos: a) $\frac{5}{6} : \frac{7}{11} = \frac{5}{6} \cdot \frac{11}{7} = \frac{55}{42}$ b) $\frac{3}{7} : 5 = \frac{3}{7} : \frac{5}{1} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{35}$

En general:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

1.3.5 Partes de un todo

Hay situaciones en las cuales es necesario calcular partes o fracciones de cantidades, como por ejemplo: partes de cantidades de dinero, de superficies de terrenos, porciones de sustancias, etc. Para esos casos recordemos que:

La fracción $\frac{a}{b}$ de un número cualquiera p se obtiene multiplicando $\frac{a}{b}$ por el número p ,
es decir: $\frac{a}{b}$ de $p = \frac{a}{b} \cdot p$

Ejemplo 1: Supongamos que tenemos 8 fichas y deseamos usar las $\frac{3}{4}$ partes de ellas.

¿Cuántas fichas usaremos?

Necesitamos calcular $\frac{3}{4}$ de 8, es decir, $\frac{3}{4} \cdot 8 = 6$

Usaremos 6 fichas.