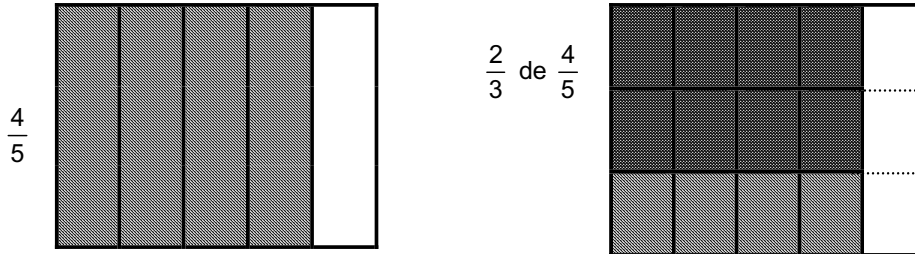


Ejemplo 2: Sea ahora una situación en la que necesitamos calcular la fracción de otra fracción. Por ejemplo $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$. Para una mejor interpretación de la regla anterior, recurrimos a la representación gráfica. Representemos la fracción $\frac{4}{5}$

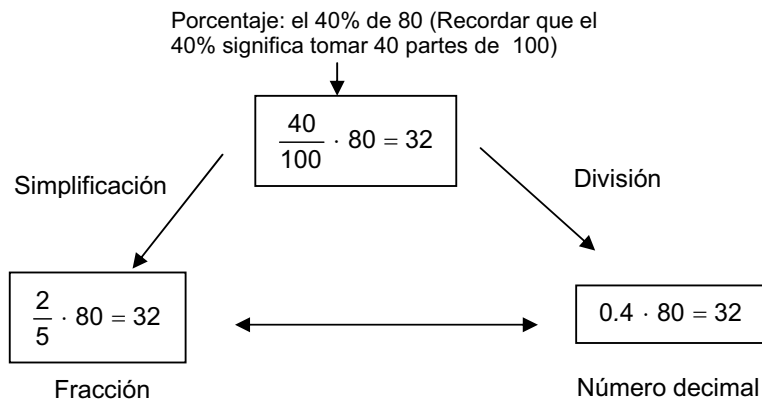


Es decir: $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ es $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ del total

La fracción buscada es $\frac{8}{15}$

1.3.6 Fracciones y porcentaje

En la vida diaria, es habitual en nuestro lenguaje el uso de los términos: porcentaje, por ciento, como también el cálculo de ellos. En el siguiente diagrama mostramos las diferentes maneras de expresar una parte de un todo.



Ejemplo 1: ¿Cuánto es el 15% de 38?.

$$\frac{15}{100} \cdot 38 = 0.15 \cdot 38 = 5.7$$

Otra forma: $\frac{\cancel{15}^3}{\cancel{100}_{20}} \cdot 38 = \frac{3 \cdot 38}{20} = \frac{114}{20} = 5.7$

5.7 representa el 15% de 38.

Ejemplo 2: ¿Qué parte del total representa el 25% de una cantidad C,

$$25\% \text{ de } C = \frac{25}{100} C = \frac{1}{4} C$$

Representa la cuarta parte de esa cantidad C

- **Variación porcentual**

Si bien el cálculo de porcentajes es conocido, es bueno mejorar la comprensión de los aumentos y disminuciones porcentuales, como también afianzar las técnicas para el cálculo de ellos. Algunos ejemplos aclararán a lo que nos estamos refiriendo.

Ejemplo 1: Una remera cuesta inicialmente \$ 18. Su precio sube un 15%. ¿Cuál es el nuevo precio?.

$$\text{nuevo precio} = 18 + \frac{15}{100} \cdot 18 = 18 + 0.15 \cdot 18 = \underbrace{(1 + 0.15)}_{\text{coef. de variación}} \cdot 18 = 1.15 \cdot 18 = 20.70$$

El nuevo precio es \$ 20.70

En el ejemplo anterior, dado el valor inicial se calcula el valor final conociendo el porcentaje del incremento.

Ejemplo 2: Por pago al contado en un comercio hacen un descuento del 10%. ¿Cuánto se paga al contado por un artículo cuyo precio es de \$ 139?

$$\text{Precio al contado} = 139 - \frac{10}{100} \cdot 139 = 139 - 0.10 \cdot 139 = (1 - 0.10) \cdot 139 = 0.90 \cdot 139 = 125.10$$

El precio por pago al contado es de \$ 125.10

En este último ejemplo, conocido el valor inicial se calcula el valor final conociendo el porcentaje del descuento.

En general, cuando una magnitud aumenta o disminuye en un tanto por ciento, la relación entre el valor inicial y el nuevo es:

nuevo valor = coeficiente de variación • valor inicial
coeficiente de variación = $1 \pm r$, donde r es el tanto por ciento

Ejemplo 3: El precio de un producto era de \$ 120 y sufrió un incremento del 14%. ¿Cuál es el nuevo precio?.

$$\text{nuevo precio} = (1 + 0.14)120 = 1.14 \cdot 120 = 136.80$$

El nuevo precio es de \$ 136.80 .

Ejemplo 4: He pagado \$ 85.40 por un electrodoméstico. El precio incluye 21 % de IVA. ¿Cuál es el precio sin IVA?.

$$85.40 = (1 + 0.21) \cdot C \Rightarrow \frac{85.40}{1.21} = C \quad (C = \text{precio sin IVA})$$

El precio sin IVA es de \$ 70.58.

Ejemplo 5: Un saco costaba \$ 160 y pagué por él \$ 128 en una liquidación. ¿En qué porcentaje fue rebajado?.

$$128 = (1 - r) \cdot 160 \text{ (por ser un descuento usamos } 1-r \text{ como coeficiente de variación)}$$

$$\frac{128}{160} = 1 - r \Rightarrow 0.8 = 1 - r \text{ por lo tanto } r = 1 - 0.80 \text{ es decir: } r = 0.20$$

Por lo tanto el descuento es del 20%.

EJERCICIOS

1.- Resolver: a) $2.7 - \frac{1}{4} + 0.05$;

b) $\left(20 \div \frac{1}{2}\right) \cdot 0.25 - \frac{5}{3}$

2.- Escribir, usando porcentaje, los siguientes enunciados:

- a) Dos de cada cinco alumnos juegan basquet.
 - b) La cuarta parte de los alumnos hacen atletismo.
 - c) Todos los alumnos asisten a la clase de historia.
 - d) Tres octavos de los alumnos practican natación.
 - e) Uno de cada cuatro alumnos aprobó la evaluación de matemáticas.
 - f) Las tres cuarta parte del curso practica algún deporte.
-

1.4 NÚMEROS IRRACIONALES

Algunos decimales no son exactos ni periódicos. Recordemos de geometría al número π que se usa para calcular longitudes de circunferencias y áreas de círculos, para el cual la aproximación más usual es 3.1416. La representación decimal de este número continúa interminablemente sin repetición. Gracias a la tecnología que ahora tenemos, una computadora calculó π como decimal hasta cien cifras, he aquí algunas:

$$\pi = 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 \dots\dots$$

Los pitagóricos fueron quienes descubrieron los números irracionales al aplicar el Teorema de Pitágoras (capítulo 5) en un triángulo cuyos catetos eran iguales a la unidad. Cuando calcularon la hipotenusa se encontraron que medía $\sqrt{2}$ y que no era un número natural. Para ellos los números naturales constituían el principio de todas las cosas, por esta causa, mantuvieron el descubrimiento de los irracionales en el más estricto secreto.

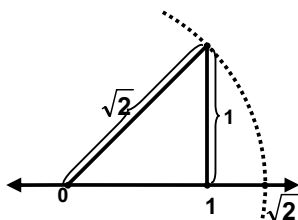
En los libros elementales de matemática encontraremos la demostración de que $\sqrt{2}$ no es un racional. Con éste número se pueden generar infinitos números irracionales, la forma es de sumarle a $\sqrt{2}$ un número racional: $1 + \sqrt{2}$, $-7 + \sqrt{2}$, $\sqrt{2} - \frac{2}{3}$, etc.

Otra manera de obtener números irracionales es escribir un número cuyas cifras decimales sean infinitas y no presenten periodicidad:

$$0.1234567891011121314151617181920\dots, -2.16716781678916711672\dots$$

El nombre de "irracional" proviene del hecho de que no se puede expresar como razón de dos enteros.

Las raíces cuadradas de los números naturales que no son exactas como $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, se representan exactamente aplicando el Teorema de Pitágoras en la recta numérica. En la siguiente figura representamos $\sqrt{2}$.



EJERCICIO:

1.- Representar en la recta real $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $-2 + \sqrt{5}$, $2\sqrt{3}$, $|1 - \sqrt{5}|$

1.5 NÚMEROS REALES

Los números racionales junto con los números irracionales, constituyen el **conjunto de números reales (R)**.



Existe una correspondencia entre los números reales y los puntos de la recta: a cada punto de la recta le corresponde un número real y viceversa, por ello decimos que los números reales **cubren** la recta.

A continuación daremos las propiedades fundamentales de las operaciones en los números reales. Sean a , b y c números reales:

- La **suma** satisface las siguientes propiedades:
 - a) Asociativa: $a + (b + c) = (a + b) + c$;
 - b) Conmutativa: $a + b = b + a$;
 - c) Existencia de elemento neutro: $\exists 0 \in \mathbf{R} / a + 0 = 0 + a = a$;
 - d) Existencia del elemento opuesto: $\forall a \in \mathbf{R}, \exists -a \in \mathbf{R} / a + (-a) = (-a) + a = 0$
- El **producto** satisface las siguientes propiedades:
 - a) Asociativa: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$;
 - b) Conmutativa: $a \cdot b = b \cdot a$;
 - c) Existencia de elemento neutro: $\exists 1 \in \mathbf{R} / a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;
 - d) Existencia del elemento recíproco o inverso: $\forall a \in \mathbf{R}, a \neq 0, \exists a^{-1} \in \mathbf{R} / a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$;
 - e) Propiedad distributiva del producto con respecto a la suma: $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
- La **diferencia o resta** se define a partir de la definición de suma: $a - b = a + (-b)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$
- El **cociente** se define a partir de la definición de producto: $b \neq 0$, $a \div b = a \cdot b^{-1}$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$

Observación: El 0 no tiene elemento inverso o recíproco.

EJERCICIOS

1. Dados los números reales:

5 ; -7 ; 3.2 ; $\frac{28}{7}$; $\frac{32}{14}$; $-\frac{20}{5}$; $2.\bar{13}$; $-4.3\bar{5}$; $\sqrt{2}$;

$3.212112111211112\dots$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{8}$; $23.454545\dots$; $14.5666\dots$

Clasificarlos en naturales, enteros, racionales, irracionales.

2. Representar en la recta numérica los números:

$$-\frac{2}{3} \quad ; \quad 5 \quad ; \quad 0.7 \quad ; \quad \frac{1}{7} \quad ; \quad \sqrt{2} \quad ; \quad -\frac{1}{7} \quad ; \quad -3.7$$

3. Dados los siguientes pares de números, reemplazar por $<$, $>$ o $=$ según corresponda:

a) $\frac{1}{2} \square 0$	b) $5 \square \sqrt{6}$	c) $-3 \square -\frac{5}{2}$	d) $\pi \square 3.14159$
e) $\sqrt{2} \square \sqrt{3}$	f) $\sqrt{2} \square 1.41$	g) $\frac{1}{2} \square 0.52$	h) $\frac{1}{3} \square 0.333$
i) $0.333\dots \square \frac{1}{3}$	j) $0.67 \square \frac{2}{3}$	k) $0.25 \square \frac{1}{4}$	l) $-1 \square -2$

1.5.1 Potenciación

Definición: Sea n un número natural y a un número real cualquiera:

$$a^0 = 1 \text{ si } a \neq 0$$

$$a^1 = a$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}} \text{ si } n > 1$$

● **Propiedades:**

- a) El producto de varias potencias de igual base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
- b) El cociente de dos potencias de igual base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia de los exponentes del dividendo y del divisor: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- c) La potencia n -ésima de un producto es el producto de las potencias n -ésimas de sus factores: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.
- d) La potencia n -ésima de un cociente es el cociente de las potencias n -ésimas del dividendo y del divisor: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.
- e) La potencia de una potencia es igual a la misma base elevada al producto de los exponentes: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.
- f) Si el exponente es negativo, se tiene: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Ejemplos: a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4 = 2^{3+2+4} = 2^9$

b) $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$

c) $(2 \cdot 13 \cdot 14)^3 = 2^3 \cdot 13^3 \cdot 14^3$

d) $(-3 \cdot 5)^2 = (-3)^2 \cdot 5^2$

e) $\left(-\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{-5}{3}\right)^3 = \frac{(-5)^3}{3^3} = \frac{(-1)^3 \cdot 5^3}{3^3} = -\frac{5^3}{3^3}$

f) $(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$

$$g) (-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$$

$$h) \left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81$$

$$i) \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \frac{2^{-5}}{3^{-5}} = \frac{1}{2^5} \cdot \frac{3^5}{1} = \frac{3^5}{2^5} = \frac{243}{32}$$

Observación: Cuando tenemos la potencia de una suma **no** se debe distribuir el exponente, ya que los resultados obtenidos no son los mismos, por ejemplo $(2+5)^2 \neq 2^2 + 5^2$ pues $7^2 \neq 29$
En general:

$$(a+b)^n \neq a^n + b^n$$

- **Aplicación de la potenciación: Notación científica**

En los terrenos científicos y económicos se usan números muy grandes o muy pequeños lo cual tiene sus dificultades. Por un lado las operaciones con ellos son muy complicadas y por otro, al poseer tantas cifras, no es posible tener una idea de cuán grande o pequeño es el número.

El uso de la notación científica resuelve estos inconvenientes, resulta muy cómoda para la escritura de números grandes o muy pequeños y reduce a una forma sencilla las operaciones a realizar con ellos. Por ejemplo, la masa de un protón es aproximadamente $1.67 \cdot 10^{-27}$ kilogramos y la masa de la tierra es $5.98 \cdot 10^{24}$ kilogramos, estas cantidades están dadas en notación científica.

Dados los números:

$$a = 2460000000000000 \quad y \quad b = 0.0000000000004562$$

se pueden escribir de diversas formas utilizando las potencias de 10:

$$a = 246 \cdot 10^{13} = 2.46 \cdot 10^{15}$$

$$b = 4562 \cdot 10^{-16} = 4.562 \cdot 10^{-13}$$

En ambos casos, la **última** manera de escribir a y b recibe el nombre de **notación científica**.

Un número del tipo $x \cdot 10^n$ está en notación científica cuando $1 \leq x < 10$

Es importante observar que el número x es un decimal cuya parte entera tiene una sola cifra distinta de 0.

La notación científica permite captar rápidamente el orden de magnitud de una cantidad, por medio del exponente n . Así:

$$2.34 \cdot 10^6 \quad \text{representa millones, de los que hay 2.34}$$

$$3.21 \cdot 10^{-4} \quad \text{representa diezmilésimos, de los que hay 3.21}$$

Dijimos también que las operaciones se simplifican notablemente. Veámoslo en el siguiente:

Ejemplo: El ser vivo más pequeño es un virus cuyo peso es del orden de 10^{-21} kg y el más grande es la ballena azul que pesa cerca de $1.38 \cdot 10^5$ kg ¿Cuántos virus serán necesarios para conseguir el peso de una ballena?.

$$\frac{\text{peso ballena}}{\text{peso virus}} = \frac{1.38 \cdot 10^5}{10^{-21}} = 1.38 \cdot 10^{26}$$

Harán falta $1.38 \cdot 10^{26}$ virus para tener el peso de la ballena

Ejemplos: a) $\sqrt[3]{4^3} = 4$

b) $\sqrt[5]{(-3)^5} = -3$

c) $\sqrt[4]{2^4} = 2$

d) $\sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3$

e) $\sqrt{x^2} = |x|$

En lo que sigue supondremos que todos los radicales están definidos.

• **Propiedades:**

a) La raíz n -ésima de un producto es el producto de las raíces n -ésimas de los factores:
 $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

b) La raíz n -ésima de un cociente es el cociente de las raíces n -ésimas del dividendo y del divisor:
 $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

c) La raíz m -ésima de la raíz n -ésima de un número es igual a la raíz $(m \cdot n)$ -ésima de dicho número:
 $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

Ejemplos: a) $\sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 125} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{125} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

b) $\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2 \cdot 4 \cdot 8} = \sqrt[6]{2 \cdot 2^2 \cdot 2^3} = \sqrt[6]{2^{1+2+3}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

c) $\sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{5}{2}$

d) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

e) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[3 \cdot 4]{2} = \sqrt[12]{2}$

1.5.3 Potencia de exponente racional

• Recordemos la definición: sea un número racional $\frac{m}{n}$, con $n \geq 2$, si a es un número real

tal que $\sqrt[n]{a}$ está definida, entonces: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.

Ejemplos: a) $7^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3}$

b) $7^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{7^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{7^3}}$

Observación: Las propiedades de las potencias de exponente racional son las mismas que las de las potencias de exponente natural.

Ejemplo: $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt[6]{8}} = \frac{\sqrt{2^5}}{\sqrt[6]{2^3}} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{2^{\frac{3}{6}}} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 = 4$

1.5.4 Cálculos con radicales

a) **Suma de radicales:** Para sumar radicales deben tener el mismo índice y el mismo radicando.

Ejemplo: $\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3} = \left(1 + 5 - \frac{1}{2}\right)\sqrt{3} = \frac{11}{2}\sqrt{3}$

En algunos casos es necesario recurrir a la extracción de factores fuera del radical para que la suma pedida sea posible de realizar.

Ejemplo: $\sqrt{2} + \sqrt{8} - 3\sqrt{50} = \sqrt{2} + \sqrt{4}\sqrt{2} - 3\sqrt{25}\sqrt{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3.5\sqrt{2} = -12\sqrt{2}$

Hemos usado aquí propiedades de la radicación y factorización de los radicandos.

b) **Multiplicación de radicales:** Para multiplicar radicales, si tienen igual índice se usan las propiedades vistas, si tienen distinto índice se reduce a común índice y luego se efectúa el producto.

Ejemplos: a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16}$ b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{5^4 \cdot 3^3}$ c) $\sqrt[6]{5} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{5^2 \cdot 3^3}$

c) Racionalización de denominadores.

Cuando tenemos radicales en los denominadores, es conveniente encontrar una expresión equivalente que no contenga radicales en el denominador. En esos casos se dice que se ha **racionalizado el denominador**. Para ello, se multiplica y se divide la correspondiente fracción por una expresión adecuada, de manera de eliminar la raíz en el denominador.

Ejemplo 1: Sea $\frac{3}{\sqrt{7}}$ y necesitamos eliminar la raíz del denominador. Procedemos así:

multiplicando el numerador y el denominador por $\sqrt{7}$, es decir, $\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$. La expresión encontrada es equivalente a la dada.

Ejemplo 2: Se pide racionalizar el denominador en $\frac{7}{1+\sqrt{5}}$.

En este caso se multiplican numerador y denominador por $1-\sqrt{5}$, a los fines de obtener en el denominador una diferencia de cuadrados, es decir :

$$\frac{7}{1+\sqrt{5}} = \frac{7}{1+\sqrt{5}} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} = \frac{7(1-\sqrt{5})}{1-(\sqrt{5})^2} = \frac{7(1-\sqrt{5})}{-4} = \frac{-7(1-\sqrt{5})}{4}$$

- **Comparación de radicales:**

Los radicales que se pueden comparar son los que tienen índices iguales, siendo mayor el que tiene mayor radicando. Si los radicales son de distinto índice se reducen a común índice.

Ejemplo: Veamos cual de los números reales $\sqrt[3]{7}$ y $\sqrt[4]{11}$ es mayor.

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{7} = \sqrt[12]{7^4} = \sqrt[12]{2401} \\ \sqrt[4]{11} = \sqrt[12]{11^3} = \sqrt[12]{1331} \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt[3]{7} > \sqrt[4]{11}$$

1.6 Aproximación

Para operar con números decimales de muchas cifras, se emplean valores aproximados.

Ejemplo: Dado el número real $\sqrt{5}$. Es un número irracional, por lo cual tiene un número infinito de cifras decimales no periódicas. La calculadora nos da una aproximación:

$$\sqrt{5} \cong 2.2360679\ 774$$

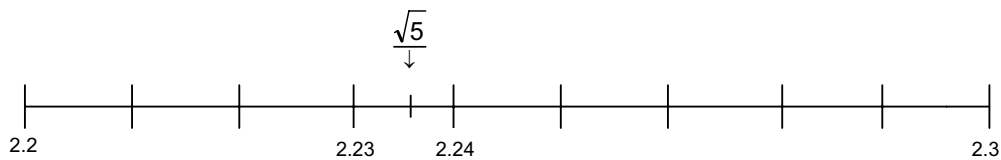
Las aproximaciones pueden ser por defecto o por exceso. La dada arriba es una aproximación por defecto, es decir: $2.2360679774 < \sqrt{5}$.

El número racional 2.236068 es una aproximación por exceso, es decir: $2.236068 > \sqrt{5}$.

- La **aproximación por exceso** es cuando el cálculo aproximado es mayor que el número dado.
- La **aproximación por defecto** es cuando el cálculo aproximado es menor que el número dado.

En la siguiente tabla, damos aproximaciones por defecto y por exceso.

	Aproximación por defecto	Aproximación por exceso
Con error menor que 1 décimo		$2.2 < \sqrt{5} < 2.3$
Con error menor que un centésimo		$2.23 < \sqrt{5} < 2.24$
Con error menor que un milésimo		$2.236 < \sqrt{5} < 2.237$



1.6.1 Redondeo.

En la práctica, el redondeo consiste en aumentar en una unidad la última cifra conservada, siempre que la primera omitida sea mayor o igual que 5.

Considerando el ejemplo anterior al aproximar la $\sqrt{5}$, el redondeo hasta los centésimos sería $\sqrt{5} \cong 2.24$.

1.7 Intervalos

En el conjunto **R** de los números reales están definidas las relaciones “menor que” ($<$), “mayor que” ($>$), “menor o igual que” (\leq) y “mayor o igual que” (\geq).

Cuando un número real b cumple simultáneamente que es mayor que un número a y menor que c ($a < b$ y $b < c$) se puede expresar por la triple desigualdad: $a < b < c$

El conjunto de todos los números reales comprendidos entre a y b lo simbolizamos:

$$A = \{x \in R / a < x < b\}$$

Un número real x pertenecerá al conjunto A si satisface la desigualdad $a < x < b$, es decir cumple que $a < x$ y $x < b$.

Ejemplo

$B = \left\{ x \in \mathbb{R} / -2 < x < \frac{7}{4} \right\}$ es el conjunto de todos los números reales mayores que -2 y menores que $\frac{7}{4}$.



El conjunto B es un **conjunto infinito**, pues existe una correspondencia biunívoca entre los puntos de la recta y el conjunto de los números reales. Esa correspondencia biunívoca se mantiene si consideramos como en este caso los números comprendidos entre -2 y $\frac{7}{4}$.

Los siguientes números son algunos de los elementos del conjunto B :

$$0, \sqrt{2}, -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{100}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{2}{3}$$

Definimos los siguientes conjuntos de números reales:

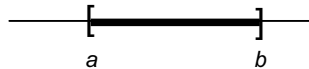
- **Intervalo abierto:** se simboliza (a, b) y es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre a y b , sin incluirlos.

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$$



- **Intervalo cerrado:** se simboliza $[a, b]$ y es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre a y b , incluyéndolos.

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}.$$



- **Intervalo semiabierto:**

$(a, b]$ intervalo abierto por izquierda y cerrado por derecha, es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre a y b , incluyendo al extremo b .

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$$



De manera semejante se define $[a, b)$ intervalo cerrado por izquierda y abierto por derecha, es el conjunto de todos los números reales comprendidos entre a y b incluyendo al extremo a .



Observación:

En los intervalos (a, b) , $[a, b]$, $(a, b]$, $[a, b)$ los números a y b se llaman **extremos del intervalo**.

Cuando el intervalo es abierto los extremos no pertenecen a él, en cambio cuando es cerrado sí pertenecen.

¿Qué ocurre en el caso de los intervalos semiabiertos?