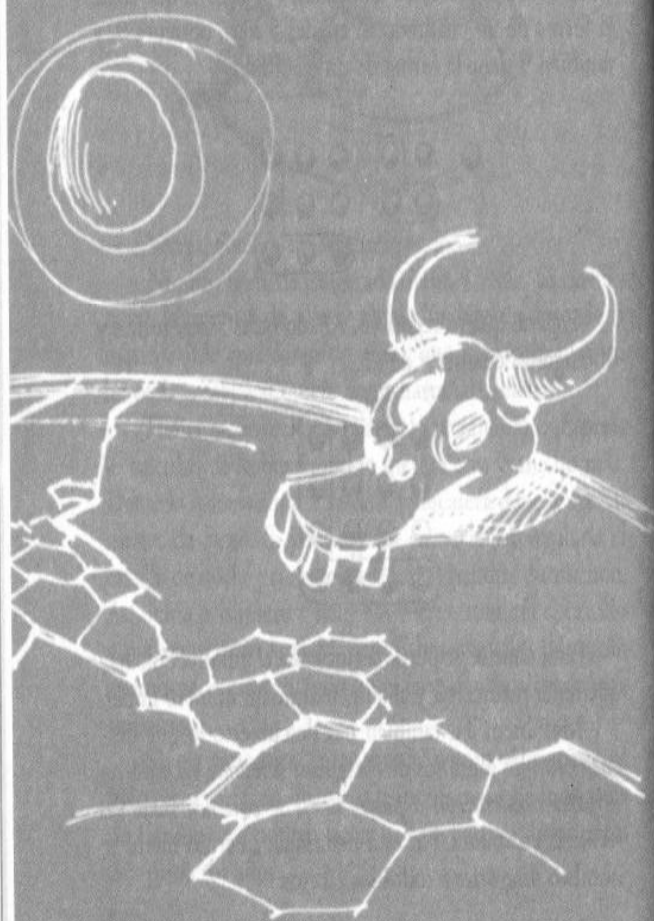


CAPÍTULO

4



Euclides el PUNTILLOSO

—Si me regalan un cachorrito por mi cumpleaños, ya sé qué nombre le pondré. Es precioso. Lo llamaré Argos. ¿Te gusta?

—Es un nombre muy bonito. Bravo, Filo, has elegido bien. Dime, ¿cómo se te ha ocurrido un nombre tan raro?

—Abuelo!, ¿pero es que no sabes que Argos era el perro de Ulises? Me puse a llorar cuando leí que, nada más ver a su amo, después de veinte años, murió a causa de la emoción. ¡Y nadie más había reconocido a Ulises! Sólo él, el fiel Argos.

—Sí... Sólo Argos y su antigua nodriza, Euriclea, lo reconocieron. ¡Qué historias tan bonitas, las de la *Iliada* y la *Odisea*!

—Para mí, Homero es guay. ¡El más guay de todos! Sus historias son excepcionales. Como cuando Ulises, el muy astuto, se hace llamar Nadie. Pero, abuelo, ¿tú qué crees?, ¿que Ulises vivió realmente o que Homero se lo inventó todo, incluso a Polifemo?

—Buena pregunta, querido nieto. Yo sólo sé que alguien, quizá llamado Homero, recopiló todas las historias que desde hacía años los papás y las mamás contaban a sus



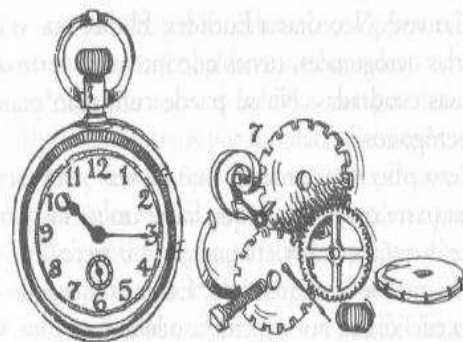
hijos junto al fuego, durante las noches de invierno, y las escribió dándoles una bonita forma. Ni más ni menos que lo que hizo Euclides.

-¿Euclides? ¿Pero Euclides no era aquel tipo de la geometría? Aquel que dijo al faraón: «Si quieres aprender geometría, debes esforzarte como todos los demás. No sirve ser rey. ¡Ponte a trabajar!». ¿Es ése?

-Sí, ese mismo. Debes saber que Euclides hizo, grosso modo, lo mismo que Homero: recopiló y ordenó todos los conocimientos de geometría que circulaban en aquella época. ¡Piensa que antes de él había habido lumbreras como Tales y Pitágoras! Pero nadie se había preocupado de organizar y escribir todo aquel saber. Él, en cambio, creó una magnífica obra en trece volúmenes, con la que desde entonces, desde el año 300 antes de Cristo, han aprendido geometría millones y millones de personas. ¡Con decir que ha sido traducida a todas las lenguas del mundo! ¡Y todavía es un *best seller*!

-No está nada mal esa idea de la recopilación. Yo también había pensado apuntarme los chistes que me cuenta Marco en el colegio. Si no, al cabo de poco, los confundo y...

-Pero, ojo, Euclides no se limitó a recopilar los conocimientos geométricos de su época, él hizo algo mucho más importante, los ordenó en un sistema lógico que es una obra maestra. Espera, voy a intentar explicarme mejor... Ah, ya se me ha ocurrido una manera. ¿Ves mi reloj? Si lo desmontáramos, obtendríamos un conjunto de objetos de metal, de plástico, de cristal, en resumen, de todos sus componentes; el reloj, sin embargo, no funcionaría. El reloj sólo funciona si ese conjunto de objetos se convierte en un *sistema*, es decir, un conjunto coordinado, organizado. Euclides hizo algo similar con la geometría; creó lo que ha pasado a la historia como *sistema*



axiomático deductivo. ¡No te asustes, conseguiré explicarte, antes o después, los términos *axiomático* y *deductivo*!

-¡Pues será una obra maestra, pero trece libros me parecen muchísimos! Y en aquella época los libros se escribían a mano... Homero salió del paso con dos...

-Tienes razón, pero mientras que las historias de Homero acaban ahí, en los dos volúmenes, los trece libros de Euclides deben servir para resolver todos, o casi todos, los problemas de geometría que puedas encontrar. Esos libros son una especie de caja de herramientas. Pongamos un ejemplo. Supongamos que en esa casita de colono que te estás construyendo quieres poner un bonito suelo de baldosas. Y supongamos que puedes elegir entre baldosas cuadradas, hexagonales u octogonales.

-¡Qué bonitas! A mí me gustan más las octogonales. Sí, las pondré octogonales.



Este material se usa exclusivamente con fines didácticos.

—¿Lo ves? ¡Necesitas a Euclides! Él dice que si quieres ponerlas octogonales, tienes que intercalar forzosamente baldosas cuadradas. No se puede cubrir un plano sólo con octógonos.

—Pero ¿dice exactamente eso? O sea, ¿está escrito en alguna parte cómo tienes que hacer un suelo? ¿Entonces no me extraña que tuviera que escribir trece libros!

—No, no me has entendido. Ésa es la fuerza de la geometría euclidiana: nos dice incluso lo que no dice. Calma, no te pongas nervioso, ahora te lo explico con un ejemplo muy fácil. Utilizaré a tus amigos Federico y Giorgio. Antes de nada, dime: ¿tú sabes que a los hijos de dos hermanos se les llama primos?

—Claro, yo tengo cuatro primos, ¿cómo quieres que no lo sepa?

—Pues bien, ahora te digo que Federico es hijo de Michele y que Giorgio es hijo de Antonio; y añado que Michele y Antonio son hermanos. Entonces te pregunto: ¿son parientes Federico y Giorgio?

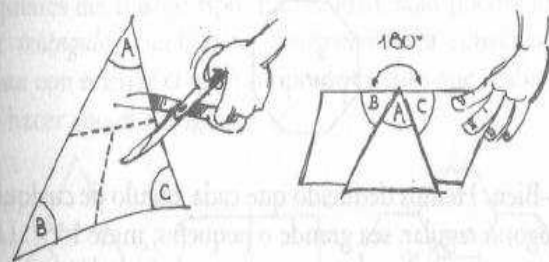
—Por supuesto, son primos!

—Muy bien. Yo no te lo había dicho, pero aun así tú lo has sabido. Lo has sabido porque has hecho una *deducción*: has partido de la regla que define quiénes son primos, regla que los matemáticos llamarían *axioma*, y de algunas informaciones sobre Federico y Giorgio con las que contabas. De todo eso has extraído una nueva información, un nuevo *teorema*: Federico y Giorgio son primos. ¿No es una maravilla? Pues el *sistema axiomático deductivo* de la geometría euclidiana funciona de un modo parecido. No es necesario que lo diga todo, sólo debe contener todas las semillas para hacer germinar, en la cabeza de quien lo utiliza, las ideas con las que deducir las soluciones a los problemas geométricos.

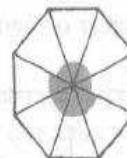


—Y, en tu opinión, ¿en mi cabeza cómo germina la idea de que no puedo poner baldosas octogonales?

—Sí, volvamos a nuestras baldosas octogonales. Dame papel y lápiz. Empezamos por un maravilloso teorema que dice una cosa muy simple pero muy importante, porque vale para todos los triángulos que se pueden construir o incluso simplemente pensar, para todos, insisto. Dice que, si cortas los tres ángulos de un triángulo y los sumas entre sí, formas un ángulo llano. Sabes que un ángulo llano mide 180° , mientras que un ángulo completo mide 360° , ¿no?



»Bien. Ahora respóndeme: ¿puedo descomponer el octógono en 8 triángulos?



—Sí, el octógono sigue siendo octógono con esas marcas dentro.

—¿Y cuánto da la suma de todos los ángulos de esos 8 triángulos?

—Da 8 ángulos llanos. ¡Eso es muy fácil!

—Vale. Ahora descartamos los dos ángulos llanos que están en el centro, los grises, porque no los necesitamos para



Este material se usa exclusivamente con fines didácticos.

nuestro objetivo. Por consiguiente, todos los ángulos del octógono corresponden a 6 ángulos llanos. ¿Sabrías decirme ahora cuántos grados mide cada ángulo del octógono?

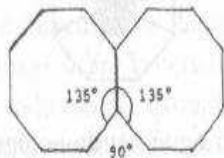
-Espera, que poco a poco me está germinando la idea. La suma de todos los ángulos la obtengo multiplicando $6 \times 180^\circ$, y me da... ¿Cuánto me da? ¡Ayúdame un poco!

-Te da 1.080° , sí, $6 \times 180^\circ$ da 1.080° .

-Ahora divido entre 8, que son los ángulos del octógono, y me da... Pásame la calculadora. Me da... 135° .

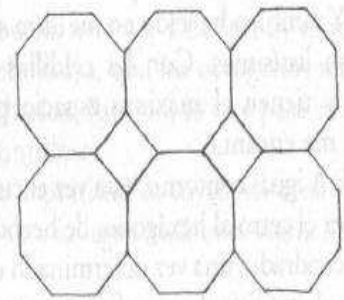


-Bien. Hemos deducido que cada ángulo de cualquier octógono regular, sea grande o pequeño, mide 135° . Llegados a este punto, como queremos cubrir el plano, empezamos uniendo dos octógonos; el ángulo que se forma es el doble de 135° , es decir, 270° . Ahora, para llegar a 360° y cubrir el plano, queda una porción de 90° . Demasiado estrecha para unir un tercer octógono...

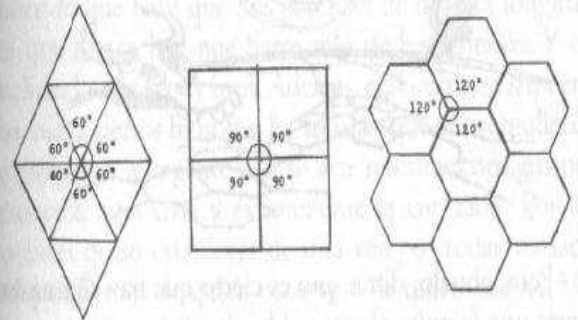


-¡Pero justo para poner un cuadrado! ¡Seguro, un cuadrado nos va de maravilla!

-¡Ya está demostrado! Para cubrir el plano no puedo utilizar sólo octógonos, sino que debo intercalarlos con cuadrados.

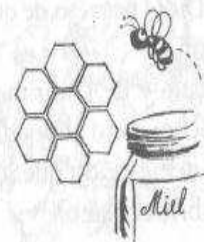


»¿Y sabes qué más te digo? Que sólo hay tres maneras, fíjate bien, sólo tres, de embaldosar un suelo con polígonos regulares del mismo tipo. En realidad, sólo puedes utilizar triángulos, cuadrados y hexágonos. Para convencerse, basta con realizar el mismo tipo de cálculo que acabamos de hacer con el octógono.



-¡Increíble! Yo pensaba que se podía elegir, y en cambio...

-Y en cambio, hay que atenerse a las reglas. Las abejas lo saben muy bien. Ellas construyen las celdas para la miel en secciones hexagonales.



Este material se usa exclusivamente con fines didácticos.

—Sí, lo sé. Y también he leído en mi libro sobre los animales que son listísimas. Con las celdillas hexagonales ahorran cera y tienen el máximo espacio para la miel. ¡A mí la miel me encanta!

—Es verdad. A igual contorno, esta vez el cuadrado también debe ceder el cetro al hexágono; de hecho, respecto al triángulo y al cuadrado, una vez determinado el perímetro, el hexágono es el que tiene la superficie mayor. No hay más que mirar los charcos fangosos, cuando el agua se evapora. El barro crea placas hexagonales precisamente porque esa forma reduce al mínimo la longitud de las grietas y, por lo tanto, también la fuerza para producirlas.



—Pero, abuelo, dime, ¿no es cierto que hay alguna otra figura que le quita el cetro al hexágono?

—Pues sí. Ahora mismo te lo digo: la figura geométrica que, a igualdad de contorno, tiene la máxima superficie no es el hexágono, querido Filo, es el círculo. Por cierto, ¿conoces la historia de la reina Dido?

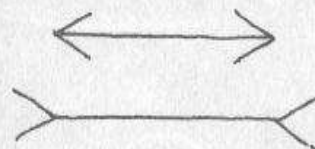
—No, no sé quién es Dido, pero eso de que gana el círculo no acaba de convencerme.

—La historia del círculo y de Dido me la reservo para una de las próximas noches, pero ahora dime, ¿estás satisfecho de cómo hemos demostrado que los octógonos no son suficientes para cubrir el plano?

38

—Mira, abuelo, te lo voy a decir muy claro: se veía engañado, por el dibujo, que los octógonos tenían que estar con los cuadrados. Para mí, lo que pasa es que ese Euclides es un puntilloso.

—¡Ay, qué ingratitud la tuya! Mira esto, ¿también en este caso se ve a la legua cuál es el segmento más largo?



—Mmm... Yo diría que es más largo el segundo, pero ya sé que hay gato encerrado.

—En realidad, los dos segmentos son iguales. Es un efecto óptico lo que hace que nos parezcan de distinta longitud. Así que nunca hay que fiarse sólo de los sentidos. Y eso Euclides lo sabía muy bien. Además, en Grecia, en sus tiempos, había ciertos filósofos, los sofistas, que se enorgullecían de embaucar a la gente con su arte retórica, consiguiendo demostrar una cosa y exactamente la contraria. Por eso Euclides quiso establecer de una vez por todas verdades independientes de quien observa o de quien razona. Verdades objetivas. ¡O sea, que era algo más que puntilloso!



39