



# Números Enteros y Divisibilidad

---

de Raúl Núñez Cabello



publicatustibros.com

# NÚMEROS ENTEROS

y

# DIVISIBILIDAD

**Raúl Núñez Cabello**

© 2007. Raúl Núñez Cabello  
REGISTRO DE LA PROPIEDAD INTELECTUAL DE ANDALUCÍA: MA-1010/05

© 2007. Portada diseño by Íttakus.  
Difusión de la obra: Íttakus



**Licencia Creative Commons**

Edición cortesía de [www.publicatuslibros.com](http://www.publicatuslibros.com). Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciador (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o apoyan el uso que hace de su obra). No puede utilizar esta obra para fines comerciales. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta. Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra. Alguna de estas

condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor. Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Publicatuslibros.com es una iniciativa de:

**Íttakus, sociedad para la información, S.L.**

CIF B 23576481

C/ Sierra Mágina, 10.

23009 Jaén-España

[www.ittakus.com](http://www.ittakus.com)



# Índice de contenido

Índice de contenido: .....	4
Presentación .....	5
Capítulo 1: Ubicación y justificación. ....	6
Capítulo 2: Objetivos didácticos. ....	7
Capítulo 3: Contenidos conceptuales. ....	8
Capítulo 4: Contenidos procedimentales. ....	9
Capítulo 5: Contenidos actitudinales. ....	10
Capítulo 6: Temas transversales. ....	11
Capítulo 7: Temporalización. ....	12
Capítulo 8: Metodología. ....	13
Capítulo 9: Actividades de introducción. ....	15
1. Medida de temperaturas de diferentes ciudades. (Educación ambiental) .....	15
2. Extracto de cuenta corriente (Educación del consumidor).....	15
3. Divisibilidad. ....	16
Capítulo 10: Actividades de desarrollo. ....	17
1. Suma y diferencia de números enteros (Interdisciplinariedad con Geografía). ....	17
a) Multiplicación y división de números enteros (Educación ambiental). ....	17
b) Jerarquía de las operaciones. ....	17
c) Mínimo común múltiplo. ....	17
Capítulo 11: Actividades de refuerzo. ....	18
1. Ordenación, representación en la recta y valor absoluto de un número entero.....	18
a) Números primos. ....	18
b) Cubos. ....	18
Capítulo 12: Actividades de ampliación.....	20
1. .Actividades más complejas. ....	20
a) Cuadrados mágicos. ....	20
Capítulo 13: Criterios de evaluación. ....	21

## Presentación

Este libro forma parte de una colección de cuatro libros sobre aritmética y álgebra para un nivel de segundo ciclo de Educación Secundaria Obligatoria.

Éste es el primer bloque por el que se comienza la enseñanza de matemáticas en todos los cursos de ESO, y es, por tanto, en el que se tiene tradicionalmente más tiempo para proponer a los alumnos diferentes actividades y juegos más originales y creativas de las que se les suele mandar tradicionalmente.

Así, este libro y los otros tres que forman esta colección tratan de ofrecer, a las profesoras y profesores que lo estimen oportuno, algunas actividades sobre diferentes aspectos de este primer bloque matemático para hacer en clase de vez en cuando, así como animarles a hacerlo, ya que, hoy por hoy, se antoja como una opción realmente buena para acercar la aritmética y el álgebra a las alumnas y alumnos.

La colección de libros de aritmética y álgebra la forman las obras: Números enteros y divisibilidad; números racionales e introducción de los números irracionales; potencias y raíces y; proporcionalidad numérica; todos ellos publicados en esta editorial y de los que espero que sean útiles a aquel que los lea.

El autor.

## Capítulo 1: Ubicación y justificación.

Este libro está perfectamente justificado por el **Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre** y por el **Decreto 231/2007, de 31 de julio**, por los que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en España y Andalucía respectivamente, así como por la **Orden de 10 de agosto de 2007**, por la que se desarrolla este currículo en Andalucía, que establecen, entre otros como contenidos de 3º de ESO en el bloque de Números y medidas, la revisión de los números con signo, especificando que en este curso se profundiza en los aprendizajes realizados durante el ciclo anterior y no se introducen contenidos nuevos.

Así pues, este es un tema fundamentalmente de repaso de los conceptos y operaciones con números enteros estudiados ya en el curso anterior. Antes de abordar estos temas, los alumnos deberían conocer el concepto de número entero y saber realizar operaciones combinadas con ellos. Así como, conocer el concepto de valor absoluto y opuesto de un número.

## Capítulo 2: Objetivos didácticos.

Después de este tema, los alumnos deben haber alcanzado los siguientes objetivos:

1. Interpretar situaciones susceptibles de ser cuantificadas mediante números enteros.
2. Representar los números enteros en la recta graduada.
3. Calcular el valor absoluto de un número entero y su opuesto.
4. Conocer la suma, resta, multiplicación y división exacta de números enteros.
5. Resolver operaciones combinadas elementales con y sin paréntesis.
6. Conocer los números primos. Descomponer en factores primos.
7. Calcular el máximo común divisor y mínimo común múltiplo.
8. Resolver problemas sencillos basados en números enteros.

Estos objetivos, nos sirven además, para desarrollar el **objetivo de etapa**:

- l) Elaborar estrategias de identificación y resolución de problemas en los diversos campos del conocimiento y la experiencia, contrastándolas y reflexionando sobre el proceso seguido.

Los objetivos de la unidad didáctica nos ayudarán a alcanzar los **objetivos de área**:

1. Utilizar el conocimiento matemático para organizar, interpretar e intervenir en diversas situaciones de la realidad.
2. Comprender e interpretar distintas formas de expresión matemática e incorporarlas al lenguaje y a los modos de argumentación habituales.
6. Utilizar con soltura y sentido crítico los distintos recursos, con especial énfasis en los recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) de forma que supongan una ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de matemáticas.

## Capítulo 3: Contenidos conceptuales.

Para alcanzar estos objetivos desarrollamos los siguientes contenidos:

1. Números enteros como ampliación de los números naturales. Valor absoluto.
2. Representación y comparación de números enteros.
3. Suma y resta de enteros. Opuesto de un número entero. Propiedades.
4. Multiplicación y división exacta de enteros. Regla de los signos. Propiedades.
5. Operaciones combinadas con números enteros con y sin paréntesis.
6. Múltiplo y divisor. Criterios de divisibilidad.
7. Números primos y compuestos. Descomposición en factores primos.
8. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

## Capítulo 4: Contenidos procedimentales.

1. Cálculo del valor absoluto y del opuesto de un número entero.
2. Comparación y representación de un conjunto de números enteros.
3. Suma de números enteros del mismo y de distinto signo.
4. Multiplicación y división exacta de enteros aplicando la regla de los signos.
5. Realización de operaciones combinadas con números enteros.
6. Uso de los números enteros para expresar situaciones de la vida cotidiana.
7. Resolución de problemas numéricos en los que intervienen números enteros.

## Capítulo 5: Contenidos actitudinales.

1. Aprecio por la utilización correcta de los números enteros y sus propiedades.
2. Interés por experimentar la utilidad de los  $\mathbb{Z}$  enteros en situaciones de la vida real.
3. Valoración propias capacidades para plantear y resolver problemas relacionados con situaciones de la vida ordinaria.

## Capítulo 6: Temas transversales.

1. **Educación del consumidor:** Se realizarán actividades donde se tratarán los números rojos. Mostrar la importancia de mantener una actitud crítica y responsable ante el consumo.
2. **Educación ambiental:** En distintas actividades de la unidad se puede hacer referencia a los cambios de temperatura. Así, se realizarán comentarios sobre los cambios climáticos que está sufriendo nuestro planeta y se podrá suscitar un debate sobre la necesidad de conjugar el desarrollo humano con el respeto al medio ambiente.

## Capítulo 7: Temporalización.

Teniendo en cuenta que este es un tema fundamentalmente de repaso de conceptos que ya se trabajaron en el curso anterior, con 1 semana y media (aproximadamente **5 sesiones de clase**), debería ser suficiente. Aunque esto es variable, en función de la evolución de los alumnos, de los conocimientos previos y del desarrollo de las actividades.

## Capítulo 8: Metodología.

La unidad se iniciará con explicaciones y pruebas que persiguen un doble objetivo: evaluar los conocimientos previos y motivar a los alumnos por la consolidación de estos contenidos. En este sentido, se pueden realizar las siguientes **actividades EN GRUPO**:

- Señalar la presencia de los números enteros en distintos contextos reales. Pedir a los alumnos que pongan ejemplos, como podrían ser los botones que indican las distintas plantas de un edificio en un ascensor, temperatura que indica un termómetro, etc.
- Pedir a los alumnos que representen en la recta numérica los nacimientos de personalidades históricas anteriores y posteriores al nacimiento de Cristo.
- Interpretación de gráficos y representación de datos en los que aparezcan números enteros.

En cuanto al **NIVEL Y DIFICULTAD DEL TEMA**, se prestará especial atención a:

- La regla de los signos suele ser uno de los conceptos más complejos para los alumnos. Es necesario trabajarlo mediante actividades variadas para que los alumnos lo comprendan bien.
- Obtención de todos los divisores de un número y descomposición en factores primos. Determinar si un número dado es primo o no.
- Es muy importante que los alumnos sepan comparar números enteros de forma práctica y utilizando el concepto de valor absoluto.

Para intentar salvar estas dificultades, será conveniente realizar las siguientes **actividades INDIVIDUALMENTE**:

- Realizar operaciones con enteros, explicando las diferentes técnicas que se pueden emplear, la jerarquía de las operaciones y el uso de los paréntesis.
- Realizar ejercicios de hallar el M.C.D. y M.C.M. de un par de números enteros.

- Actividades manipulativas en las que tengan gran importancia los recursos materiales que recojan operaciones con números enteros o que expresen situaciones y hechos mediante los mismos, como la prensa o extractos de cuentas bancarias y movimientos. Para ello podemos utilizar diversos materiales didácticos:

**Recursos:**

- Termómetro de laboratorio.
- Balanza matemática
- La recta numérica.
- Dominós, dados, cartas, cuadrados mágicos, etc
- Ábaco.
- Prensa (temperaturas diarias, máximas y mínimas).
- Material de uso cotidiano: extractos de cuentas bancarias, recibos de luz y teléfono, etc.

# Capítulo 9: Actividades de introducción.

## 1. Medida de temperaturas de diferentes ciudades. (Educación ambiental)

Las temperaturas de algunas ciudades europeas en un día de invierno son las siguientes: Madrid 3° sobre cero; Londres, cero grados; París, 2° bajo cero; Roma, 7° sobre cero; Berlín, 3° bajo cero y Moscú 12° bajo cero. Expresa las temperaturas anteriores usando números positivos y negativos según corresponda. Dibuja un termómetro y marca en él la temperatura registrada en estas ciudades. (Actividad de introducción y motivación).

## 2. Extracto de cuenta corriente (Educación del consumidor).

Comprueba si el siguiente extracto de una cuenta corriente es correcto:

CONCEPTO	CARGOS	INGRESOS	SALDO
Saldo anterior			60 €
Recibo telefónico	48 €		12 €
Recibo de la luz	40 €		- 28 €
Compras	40 €		- 68 €
Nómina del mes		1100 €	1032 €

(Actividad de introducción y motivación y, detección de conocimientos previos).

### **3. Divisibilidad.**

Un matrimonio tienen tres hijas de edades cuyo producto es 36 y cuya suma es 11. ¿Qué edades tienen cada una de ellas?

## Capítulo 10: Actividades de desarrollo.

### 1. Suma y diferencia de números enteros (Interdisciplinariedad con Geografía).

La fosa marina más profunda conocida es la fosa de las Marianas (océano Pacífico), que alcanza -11022 metros. La fosa de Puerto Rico mide -9218 metros y el pico más alto, el Everest (India-Nepal), mide 8848 metros. a) Halla la diferencia de profundidad entre las dos fosas. b) Calcula el mayor desnivel conocido del planeta.

#### a) Multiplicación y división de números enteros (Educación ambiental).

Un depósito contiene 4420 litros de agua. Se abren al mismo tiempo un grifo, que vierte en el depósito 28 litros de agua por minuto, y tubo para regar, por el que salen 45 litros por minuto. a) ¿Cuántos litros de agua habrá en el depósito al cabo de 15 minutos? b) ¿Al cabo de cuánto tiempo quedará vacío el depósito?

#### b) Jerarquía de las operaciones.

En un estudio de bacterias, un aparato baja la temperatura  $2^{\circ}$  cada 4 horas. Si la temperatura inicial es de  $20^{\circ}$ , ¿cuántas horas tardará en alcanzar los  $50^{\circ}$ ?

#### c) Mínimo común múltiplo.

Tres alumnos en una pista de atletismo tardan en dar una vuelta 40, 50 y 60 segundos respectivamente. Si mantuvieran ese ritmo, ¿cuánto tiempo tardan en pasar de nuevo los tres juntos por la línea de salida?

## Capítulo 11: Actividades de refuerzo.

Están orientadas a aquellos alumnos que tienen dificultades en alcanzar los objetivos señalados. Cabría la posibilidad de dar a estos alumnos estas actividades en unas fichas aparte para que las vayan haciendo. Se pueden proponer las siguientes actividades:

### 1. Ordenación, representación en la recta y valor absoluto de un número entero.

Representa en la recta numérica: **a)** Los números anterior y siguiente a -3. **b)** El opuesto de 4. **c)** Los números enteros expresados por  $|2|$ . **d)** Los números enteros comprendidos entre -3 y -1.

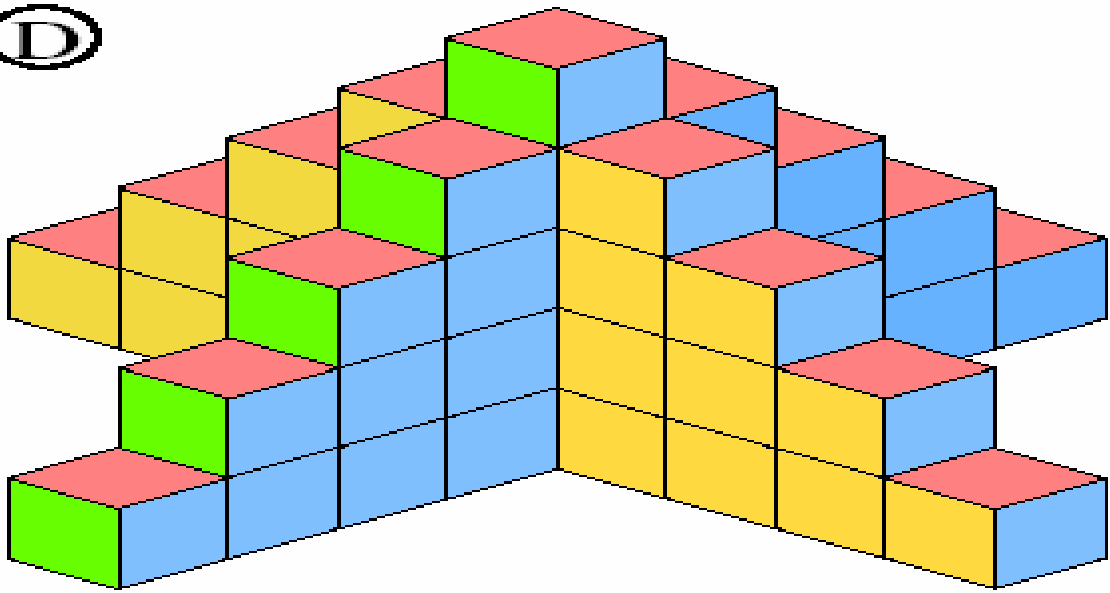
#### **a) Números primos.**

Elaboración de una tabla de números primos hasta el 100.

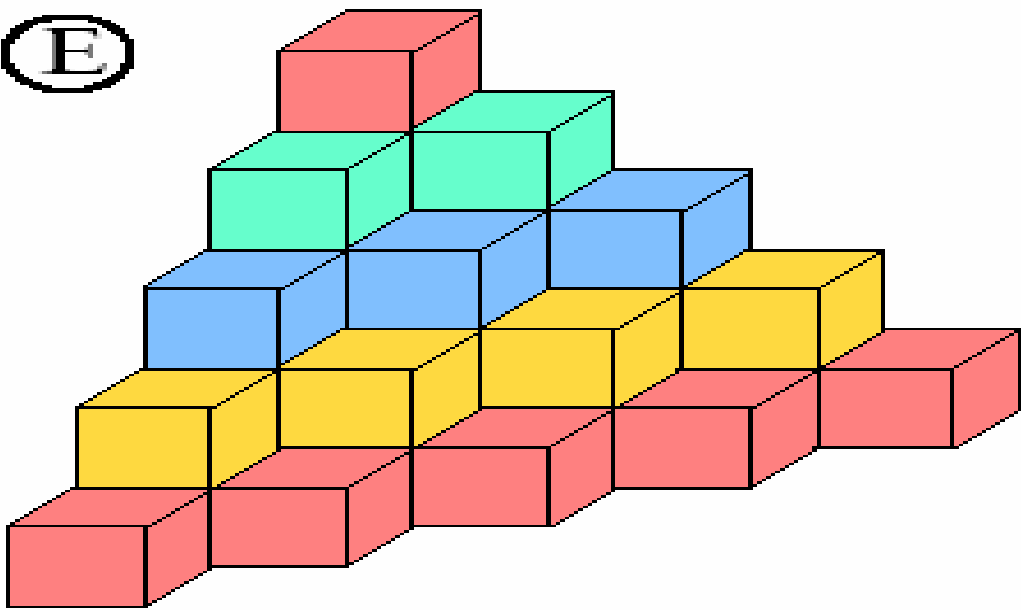
#### **b) Cubos.**

¿Cuántos cubos tienen las siguientes construcciones?:

Ⓓ



Ⓔ



## Capítulo 12: Actividades de ampliación.

Están dirigidas a aquellos alumnos que han alcanzado rápidamente los objetivos propuestos, que tienen curiosidad por el tema y que les gustaría saber más en algunos aspectos:

### 1. Actividades más complejas.

Actividades que incidan sobre los conceptos de opuesto, valor absoluto y que requieran un mayor esfuerzo mental por parte del alumno, como por ejemplo la siguiente:

Halla un  $n^\circ$  que verifica:

- a) Su valor absoluto es menor que 25.
- b) Es el triple de un  $n^\circ$  entero.
- c) Es mayor que -10.
- d) Es impar.
- e) Es un cuadrado perfecto.

#### a) Cuadrados mágicos.

Los cuadrados mágicos tienen la propiedad de que la suma de cada fila, cada columna y cada diagonal es la misma.

- a) Completa el siguiente cuadrado mágico con números negativos

- 6		
	- 5	
		- 4

- b) Coloca en un tablero de 3 por 3 los enteros entre  $- 4$  y  $+ 4$  para q formen un cuadrado mágico.

## Capítulo 13: Criterios de evaluación.

1. Usar los números enteros para expresar situaciones de la vida cotidiana.
2. Representar números enteros en la recta. Comparar y ordenar números enteros.
3. Calcular el valor absoluto y el opuesto de un número entero.
4. Conocer las 4 operaciones básicas con números enteros.
5. Resolver operaciones combinadas elementales.
6. Identificar números primos y compuestos. Descomponer en factores primos.
7. Obtener el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.
8. Resolver problemas sencillos basados en números enteros.

Con estos criterios de evaluación también se desarrollan los siguientes Criterios de evaluación de área:

- Identificar y utilizar los números enteros para codificar y producir información en situaciones reales.
- Seleccionar información relevante para resolver problemas.
- Operar y simplificar expresiones algebraicas sencillas.

## Sobre el autor



Raúl Núñez Cabello

### Experiencia docente:

Clases de Matemáticas e Informática de Educación Secundaria Obligatoria en el IES Francisco Rivero de Los Molares (Sevilla) durante todo el curso 2007/2008.

Clases de Matemáticas y Tecnología de Educación Secundaria Obligatoria en el colegio concertado Providencia del Sagrado Corazón en La Línea de la Concepción (Cádiz) durante todo el curso 2006/2007.

Prácticas del Curso de Adaptación Pedagógica (C.A.P.) en el I.E.S. Doménico Scarlatti de Aranjuez (Madrid) en Diciembre de 2004, impartiendo clases en 2º de bachillerato con el profesor-tutor D. José María Lorenzo Magam.

Amplia experiencia impartiendo clases en academias y a particulares de matemáticas a distintos niveles educativos, principalmente a niveles de secundaria obligatoria y bachillerato.

Elaboración de programaciones y unidades didácticas. Conocimiento de la estructura, objetivos y contenidos del sistema educativo.

Tareas de asesoramiento, orientación y coordinación de estudios matemáticos en el Colegio Mayor Guadaira (Sevilla).

Impartición de cursos sobre aprendizaje de distintas aplicaciones informáticas a sus usuarios finales en la Junta de Andalucía.

Teléfonos: 653574158; 605708429;

Correo electrónico: [rncabello@gmail.com](mailto:rncabello@gmail.com)